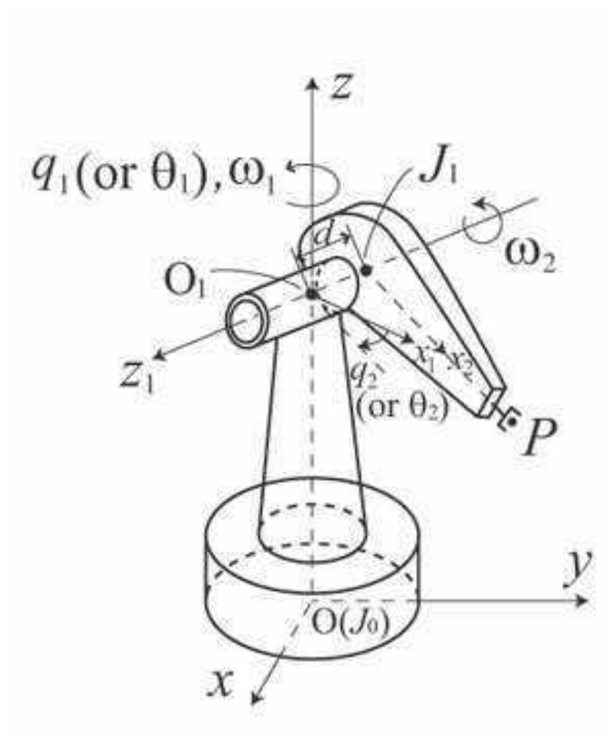
ĐIỀU KHIỂN CÁC HỆ CƠ HỌC (control of mechanical systems)

Điều khiển chuyển động của robot là điển hình của điều khiển hệ thống cơ khí nhiều bậc tự do. Chuyển động của một cánh tay rô bốt có n khớp như trong Hình 1



Hình 1: Một robot với 2 bậc tự do

được xác định bởi phương trình Lagrange theo vectơ góc khớp $q = (q_1, \ldots, q_n)^T$:

$$H(q)\ddot{q} + (\frac{1}{2}\dot{H}(q) + S(q, \dot{q}))\dot{q} + g(q) = u. \tag{1}$$

Trong đó $\dot{q}$ biểu thị véc tơ vận tốc góc chung được xác định là $\dot{q} = dq/dt$, $\ddot{q} = d\dot{q}/dt$, $H(q) = (h_{ij}(q))$ là ma trận quán tính $n \times n$, véc tơ mômen trọng lực được xác định là một gradient của thế trọng lực $P(q)$ tức là $g(q) = \partial P(q)/\partial q$, u mômen khớp ngoài có thể được coi là đầu vào điều khiển và được cho bởi

$$s_{ij}(q) = \frac{1}{2}\left\{\frac{\partial}{\partial q_j}\left(\sum_{k=1}^{n}\dot{q}_k h_{ik}(q)\right) - \frac{\partial}{\partial q_i}\left(\sum_{k=1}^{n}\dot{q}_k h_{ik}(q)\right)\right\}. \tag{2}$$

Từ dạng này, $S(q, \dot{q})$ là đối xứng lệch theo $\dot{q}$, tức là $S^T(q, \dot{q}) = -S(q, \dot{q})$ và do đó $\dot{q}^T S(q, \dot{q})\dot{q} = 0$. Tích vô hướng của phương trình 1 và $\dot{q}$ dẫn đến $\dot{q}^T u = dE(q, \dot{q})/dt$ trong đó $E(q, \dot{q}) = K(q, \dot{q}) + P(q)$, $K(q, q) = (1/2)\dot{q}^T H(q)\dot{q}$. Ở đây, K là viết tắt của động năng và E là tổng năng lượng của hệ. Sau đó, phương trình Lagrange của chuyển động được mô tả bởi phương trình 1 tuân theo nguyên lý biến phân áp dụng cho hàm Lagrange

$$L(q, \dot{q}) = K(q, \dot{q}) - P(q).$$

Vì số lượng đầu vào bộ điều khiển độc lập $n = \dim(u)$ bằng với số DOF nên các hệ thống cơ học được cho là đủ bộ chấp hành.

Năng lượng là một trong những khái niệm cơ bản trong điều khiển các hệ thống cơ học nhiều bậc tự do. Hoạt động của bộ điều khiển có thể được hiểu theo thuật ngữ năng lượng là một hệ thống động lực được gọi là "bộ truyền động" cung cấp năng lượng cho hệ thống được điều khiển khi kết nối với nhau để thay đổi đáp ứng của hệ thống vòng kín (kết nối với nhau) một cách mong muốn. Ý tưởng này có nguồn gốc từ [1] và sau đó được gọi là phương pháp "định hình năng lượng" mà ngày nay được biết đến như một kỹ thuật thiết kế bộ điều khiển cơ bản phổ biến trong điều khiển các hệ thống cơ khí. Cách giải thích có hệ thống của nó được gọi là "kiểm soát dựa trên sự thụ động". Đưa ra một tư thế mục tiêu qd cho một người điều khiển robot, hãy xem xét hai đầu vào điều khiển

$$a)u = g(q) - C\dot{q} - A(q - q_d), \quad b)u = g(q_d) - C\dot{q} - A(q - q_d), \quad (3)$$

trong đó C và A biểu thị một ma trận khuếch đại không đổi $n \times n$ xác định dương. Dạng tín hiệu này được gọi là phản hồi PD (Vị trí và Đạo hàm) có bù trọng lực. Nó giả định không chỉ các phép đo thời gian thực của góc khớp q_i và vận tốc góc $\dot{q}_i$ mà còn tính toán thời gian thực của hàm trọng lực $g(q)$ trong trường hợp a). Phần bù trọng lực trong trường hợp b) lien quan đến mômen mục tiêu đủ chịu được các mômen khớp bên ngoài tác dụng từ trọng lực tại vị trí mục tiêu của nó. Thay tín hiệu điều khiển b) của phương trình (3) vào phương trình (1) dẫn tới

$$H(q)\ddot{q} + \left\{ \frac{1}{2}\dot{H}(q) + S(q, \dot{q}) + C \right\} \dot{q} + g(q) - g(q_d) + A(q - q_d) = 0, \quad (4)$$

và được gọi là động lực hệ kín. Vấn đề điều khiển vị trí cho hệ thống với mục tiêu xác định $q = q_d$ được giải thích theo phương pháp toán học về sự ổn định Lyapunov, theo đó định lý chứng minh rằng bất kỳ quỹ đạo lời giải nào theo phương trình (4) bắt đầu từ một lân cận của trạng thái cân bằng $(q_d, \dot{q} = 0)$ vẫn ở trong vùng lân cận và hội tụ tiệm cận với nó khi $t \to \infty$. Chứng minh độ ổn định này có thể được thiết lập bằng cách tìm mối quan hệ Lyapunov bằng cách lấy tích vô hướng của phương trình (4) với $\dot{q}$ dẫn đến kết quả là

$$\frac{d}{dt}\left\{K(q,\dot{q}) + \bar{P}(\Delta q)\right\} = -\dot{q}^T C\dot{q},$$

trong đó $\Delta q = q - q_d$ và $\bar{P}(\Delta q) = P(q) - P(q_d) + \Delta q^T g(q_d) + (1/2)\Delta q^T A \Delta q$. Bây giờ tổng năng lượng mới của hệ vòng kín được biểu thị dưới dạng $\bar{E} = K + \bar{P}$ và có thể kiểm tra điều đó bằng cách chọn ma trận khuếch đại A thỏa mãn $\bar{P}$ xác định dương với Δq.

Khi đó tổng năng lượng trở thành xác định dương đối với véc tơ trạng thái $(\Delta q, \dot{q})$ và có cực tiểu tại (0,0) là trạng thái mong muốn. Nhờ quan hệ của Lyapunov của phương trình (5), các quỹ đạo hội tụ về trạng thái tối thiểu hóa tổng năng lượng và do đó cân bằng là ổn định tiệm cận. Tuy nhiên lưu ý rằng định lý ổn định này không cung cấp bất kỳ thông tin thực tế nào về tốc độ hội tụ đến trạng thái mong muốn.

Sự lựa chọn độ lợi A của thế năng nhân tạo và độ lợi C của hệ giảm chấn là không rõ ràng theo quan điểm ứng dụng.

Phương pháp định hình năng lượng có thể được áp dụng cho bài toán kiểm soát vị trí không gian thao tác. Với vị trí điểm cuối mục tiêu $x = x_d$ trong đó $x = (x, y, z)$, có thể thiết kế tín hiệu điều khiển như sau

$$u = g(q) - C\dot{q} - kJ^T(q)(x - x_d),$$

trong đó $J(q)$ biểu thị ma trận Jacobian của x theo q, nghĩa là $J(q) = \partial x^T/\partial q$ và $J^T(q)$ là chuyển vị của $J(q)$. Nếu kích thước của không gian thao tác $(\dim x)$ bằng số khớp cánh tay thì dọc theo quỹ đạo động lực học vòng kín (khi phương trình (6) được thay thế thành phương trình (1)), quan hệ của Lyapunov như sau $d\bar{E}/dt = -\dot{q}^T C\dot{q}$ trong đó $\bar{E} = K + (k/2)|\Delta x|^2$. Tổng năng lượng này có thể được coi là một hàm Lyapunov xác định dương miễn là $J(q)$ không suy biến.

Tài liệu tham khảo

1. M. Takegaki and S. Arimoto, *A new feedback method for dynamic control of manipulators*, ASME J. of Dyn. Syst. Meas. and Control, 103:119, 1981.